

**УДК 532.54.001**

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ВНУТРИ КАПЛИ, ДВИЖУЩЕЙСЯ В ГАЗОВОМ ПОТОКЕ**

*Лейбович Л.И., Пацурковский П.А.*

*Национальный университет кораблестроения, Николаев, Украина  
E-mail: recycle@mksat.net*

Выполнено математическое моделирование движения жидкости внутри капли, омываемой потоком газа. Установлено, что профиль скоростей жидкости внутри капли значительно отличается от симметричного профиля. Для капель с размерами 1мм и более при разности скоростей капли и потока газа менее 2 м/с обновления поверхности не наблюдается. Интенсивно обновление поверхности в капли наблюдается при ее размерах менее 0,1 мм и разности скоростей капли и потока газа более 10 м/с.

**Ключевые слова:** газожидкостный поток, капля, профиль скоростей.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Абсорбционные процессы очистки газов от вредных веществ относятся к процессам массопереноса с химическими реакциями (или без них) в подвижных газожидкостных гетерогенных системах, интенсивность процессов массопереноса в которых определяется гидродинамическими факторами. Поэтому основным показателем эффективности процесса очистки газов является количество массы, перенесенной через межфазную поверхность. В любой из известных моделей [1] переноса массы в газожидкостной системе вопрос определения эффективности процесса массообмена упирается в определение реальной поверхности раздела фаз, учитывающее характер ее обновления.

В практике абсорбционной очистки воздуха большое место занимают аппараты, в которых осуществляется распыл жидкой фазы в потоке газа. Это обуславливает достаточную изученность вопросов гидродинамики обтекания газом сферической жидкой капли [2-6]. В указанных работах приведены широко известные и ставшие уже классическими примеры обтекания сферы (твердой или жидкой) неограниченным потенциальным потоком газа, которое сопровождается образованием пограничного слоя. Однако, оценке характера движения жидкости внутри капли, омываемом потоком газа уделено не достаточно внимания. Достаточно отметить только один фактор, который требует внимательного отношения к предложенным аналитическим решениям [2-6]. А именно, в реальных газожидкостных системах капли жидкости и потоки газа движутся с различными скоростями. Это обуславливает сложность задачи конкретного закона

распределения скоростей в пограничном слое газа, который определяет или разгон или торможение капли.

Аналитические решения [5-6] по движению жидкости внутри капли, омываемой потоком газа при условии  $Re < 1$ , дают достаточно симметричное распределение полей скоростей жидкости в капле (рис.1.а). В тоже время в работе [7, 8] приведено Распределение сил действующих на поверхность цилиндра при его обтекании потоком газа. Данные для идеальной жидкости показаны на рис. 1.б. Как видно из рис. 1.б. только в лобовой части цилиндра давление потока газа в пограничном слое выше давления газа вдали от цилиндра. При этом зона повышенного давления внутри пограничного слоя воздействует на относительно небольшую поверхность и прижимает поток газа к поверхности раздела фаз. На большей части поверхности цилиндра направленность сил в пограничном слое меняется, что в конечном итоге обуславливает отрыв пограничного слоя от поверхности капли [2-3].

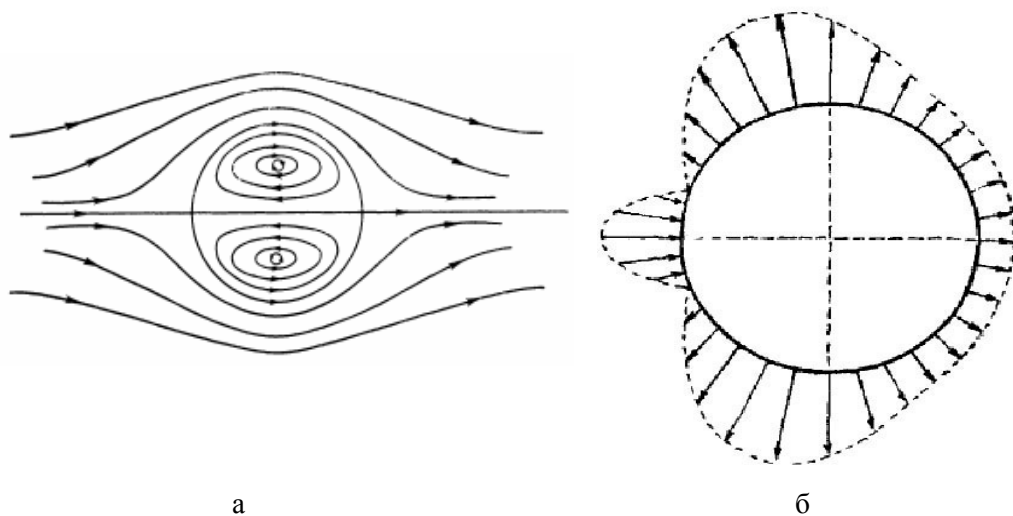


Рис. 1. Обтекание жидкой капли потоком газа. .

а - линии тока внутри капли при обтекании ее газом ( $Re < 1$ );

б - силы, действующие на поверхность цилиндра при его обтекании вязкой жидкостью.

Достаточно сложно предположить, что при изменении направления вектора действующих сил в пограничном слое газа, омывающем жидкую каплю, в ней сохраниться симметричный профиль линий тока циркулирующей жидкости.

В связи с этим возникает задача определения реальных линий тока жидкости, циркулирующей в капле. А также распределение скоростей жидкости на поверхности контакта фаз. Полученные данные позволят оценить реальную поверхность контакта фаз в процессах массообмена. А также обосновать правомерность использования той или иной модели массообмена при расчетах абсорбционного аппарата.

**МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ**

Изначально рассмотрим уравнения, описывающие движение газа. Исходя из [1] уравнения, описывающие движение газа в упрощенном виде можно записать следующим образом:

- уравнение Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \nabla(V \otimes V) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{V}; \quad (1)$$

- уравнение неразрывности:

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0. \quad (2)$$

Согласно [2] уравнение движения капли может быть записано в виде:

$$m_p \frac{d\vec{W}_p}{dt} = -\zeta \frac{\rho_g}{2} \pi d_p^2 W_{rel}^2 \vec{e} + \vec{F}_l + m_p \vec{g}, \quad (3)$$

где  $m_p$  - масса капли,  $d_p$  - диаметр капли,  $\vec{W}_p$  - абсолютная скорость капли,  $\vec{W}_{rel}$  - модуль относительной скорости капли,  $\rho_g$  - плотность газа,  $\zeta$  - коэффициент сопротивления,  $\vec{g}$  - ускорение свободного падения,  $\vec{e}$  - единичный вектор направления  $\vec{W}_{rel}$ ,  $\vec{F}_l$  - подъемная сила.

Для определения граничных условий математической модели рассмотрим процесс движения капли в массообменном аппарате. Жидкий абсорбент подается либо в форсунку, либо на другое распыливающее устройство. При этом образуется газожидкостный поток, содержащий капли жидкости с некоторым распределением их по диаметру. В любом массообменном аппарате происходит контакт летящей капли с металлическими поверхностями конструкций аппарата. При этом образуется поток вторичных капель жидкости, также имеющий свое распределение капель по диаметру. Следует отметить, что количество вторичных капель в массообменном аппарате достаточно высоко и поверхность вторичные капли имеет существенное значение в расчетах процессах массообмена.

Среднее значение радиуса первичных капель, образующихся при распыле в форсунках, можно рассчитать по совокупности зависимостей, приведенных в работе [9]. Радиус первичных капель в ротационном устройстве может быть определен по уравнению [10]:

$$R_0 = 1,4 \left( \frac{\sigma}{\omega^2 \cdot R_{cm} \cdot \rho_w} \right)^{0,5}, \quad (4)$$

где  $\sigma$  - сила поверхностного натяжения,  $\omega$  - угловая скорость,  $R_{cm}$  - радиус диска распыливающего устройства,  $\rho_w$  - плотность воды.

Обобщая экспериментальные данные работ [9, 10] мы получили следующую зависимость среднего радиуса вторичных капель образуемых при дроблении первичных об элементы конструкции аппарата :

$$R_{cp} = -0,75 - 36,11 \cdot \Gamma_{\omega} + \frac{451,3 + 3286 \cdot \Gamma_{\omega}}{V_{\omega}}, \quad (5)$$

где  $\Gamma_{\omega}$  - плотность орошения поверхности распыливающего устройства,  $V_{\omega}$  - окружная скорость распыливающего устройства

На основании расчетов по зависимостям, приведенным в работе [9], 4 и 5 средний размер капель может быть принят для дальнейших исследований от 0,063 до 1,3 мм.

При распыле жидкости в движущейся поток газа невозможно достичь равенства скоростей капель жидкости и потока газа. В любом контактном аппарате возможно существование трех режимов движения капель жидкости: торможение капель жидкости потоком газа; режим равенства скоростей газового потока и капель жидкости; разгон капель жидкости потоком газа.

Вероятностная оценка режима движения капель жидкости и потока газа в газожидкостном потоке показывает, что преобладают режимы движения газожидкостного потока, в котором наблюдается обтекание капель жидкости потоком газа при  $Re < 1$  с образованием ламинарного пограничного слоя. Согласно [2] толщина ламинарного пограничного слоя может быть определена следующим уравнением:

$$\delta = 5 \sqrt{\frac{\nu d_{cp}}{V_{ск}}}, \quad (6)$$

где  $\nu$  - кинематическая вязкость,  $d_{cp}$  - средний диаметр капли,  $V_{ск}$  - скорость скольжения.

Зная толщину пограничного слоя и основываясь на уравнениях приведенных в [11], касательные напряжения могут быть определены по следующей формуле:

$$\tau = \frac{V_{ск} \cdot \rho \cdot \nu}{\delta}. \quad (7)$$

Согласно данных по расчету силы динамического воздействия потока газа на каплю жидкости [12] касательные напряжения, действующие на всю поверхность капли, составляют величину, близкую 50 Па.

Еще одним важным параметром является время существования капли. Этот параметр определяет изменения поверхность контакта фаз. Время существования капли может быть определено по следующей формуле:

$$\tau_{сущ} = \frac{l}{V_{ск}}, \quad (8)$$

где  $l$  - расстояние, которое пролетает капля за время ее существования.

Расчеты показывают, что время существования капель в существующих контактных аппаратах колеблется от 0,3 до 9 мс.

Поскольку поставленная задача является довольно сложной, при моделировании принимались следующие допущения:

- капля имеет сферическую форму;
- форма капли не изменяется под воздействием потока;
- капля не вращается.

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис.2 приведены результаты компьютерного эксперимента по моделированию течения жидкости внутри капли диаметром 1,3 мм, обтекаемой потоком воздуха. Разность скоростей капли и потока воздуха равна 2,3 м/с

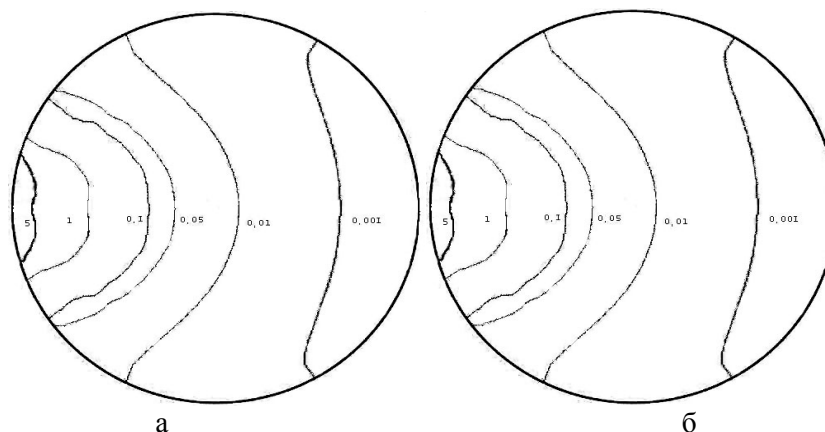


Рис.2. Распределение изолиний скоростей внутри капли диаметром 1,3 мм при разности скоростей капли и потока газа 2,3 м/с и времени ее существования: а - 0,5 мс; б - 9 мс.

Из рис.2 видно, что в момент образования капли и начала взаимодействия ее с потоком газа в результате динамического удара в лобовой части капли на поверхности контакта фаз развиваются значительные скорости жидкости. По истечении 9 мс существования капли скорость жидкости на поверхности контакта фаз снижается с 80 м/с до 5 м/с. Вероятно это связано с развитием ламинарного подслоя на поверхности контакта фаз. Следует отметить, что распределение линий постоянных скоростей внутри капли практически не изменяется за время существования капли. Исключение составляет только лобовая часть капли

На тыльной стороне капли движение жидкости внутри ее практически отсутствует. И на 75% поверхности капли скорость движения жидкости менее 0,01 м/с. А на 85% поверхности капли диаметром 1,3 мм при разности скоростей капли и потока газа 2,3 м/с скорость движения жидкости на поверхности контакта фаз менее 1 мм/с. Ориентировочные расчеты показывают, что за время существования капли 9 мс обновление ее поверхности происходит на 1% всей площади капли. Таким образом, для описания процессов массообмена в таких каплях можно применять модель Нерста, в которой основное сопротивление массопереносу сосредоточено в ламинарном подслое потока газа, обтекающего каплю жидкости. Графическая

зависимость изменения скорости жидкости по половине длины окружности для капли диаметром 1,3 мм при разности скоростей капли и обтекающего ее потока воздуха 2,3 м/с показана на рис. 3.

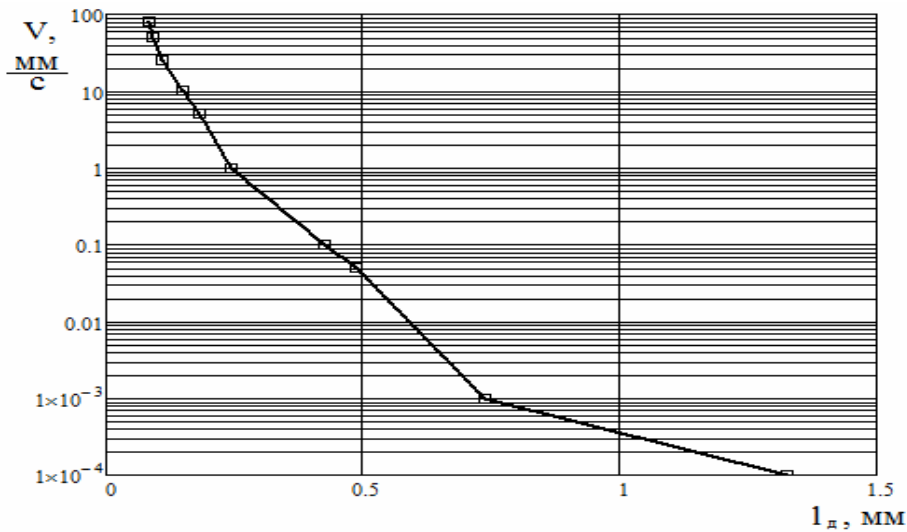


Рис.3. График изменения скорости жидкости на половине длины окружности для капли диаметром 1,3 мм при разности скоростей капли и потока воздуха 2,3 м/с

В современных вихревых аппаратах средний размер капель жидкости менее 0,1 мм. При этом разность скоростей капель жидкости и потока газа, омывающего каплю, достигает значений 15 м/с. Становится целесообразным проведение компьютерного эксперимента для малых капель при высоких разностях скоростей. Результаты таких исследований по течению жидкости внутри капли, имеющей размер около 63 мкм, и разности скоростей движения капли и потока газа, равной 14 м/с, приведены на рис.4.

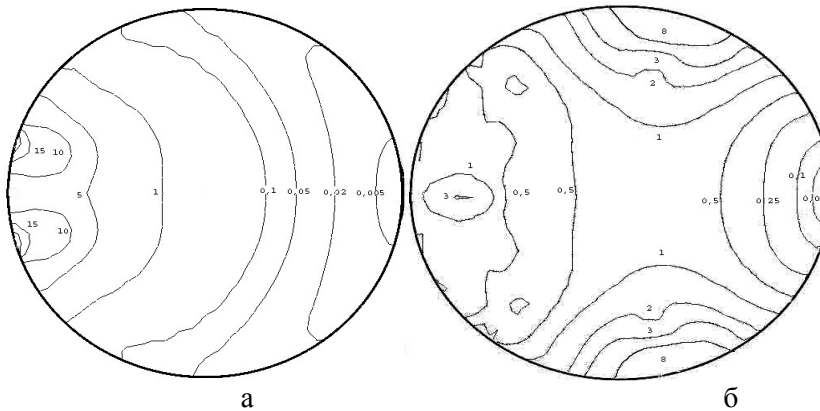


Рис.4. Распределение изолиний скоростей внутри капли диаметром 0,063 мм при времени ее существования: а – 0,3 мс, б - 7 мс.

На основании данных, приведенных на рис.4 определенно распределение скорости жидкости по половине длины окружности (рис.5) для капли со средним диаметром 0,063 мм.

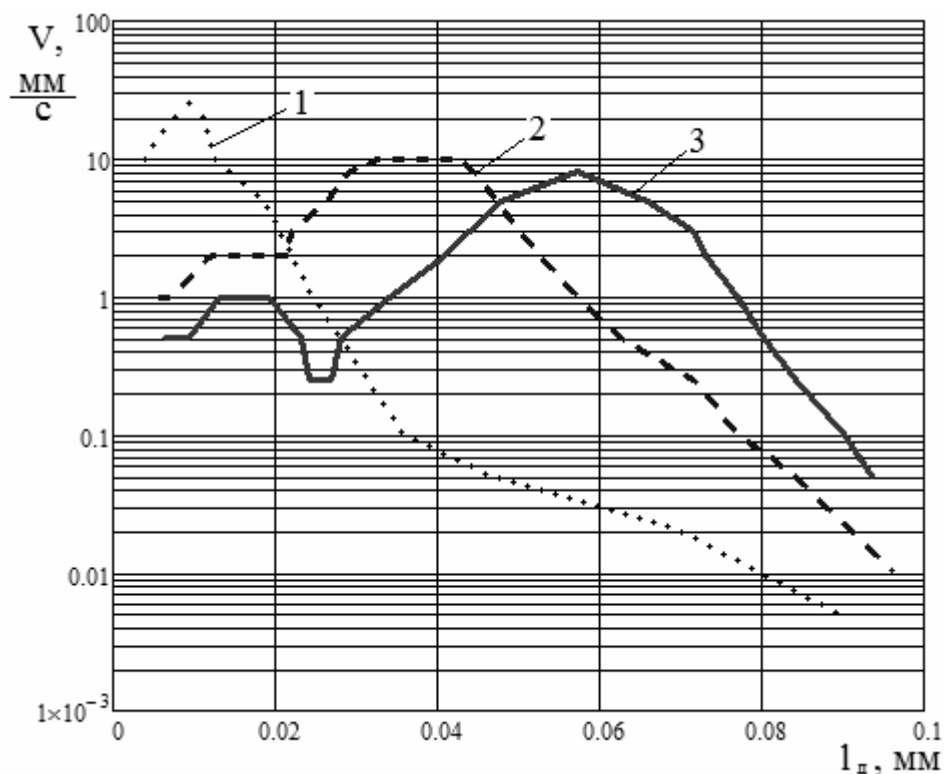


Рис.5. График изменения скорости жидкости по половине длины окружности для капли размером 63 мкм за времени существования: а – 0,3 мс, б – 3 мс, в – 7 мс.

Анализируя рис.5 можно отметить, что для малых капель не наблюдается столь большого различия скоростей жидкости на поверхности раздела фаз, как для больших капель. Значительно большая поверхность малой капли обновляется за время ее существования. В целом за время существования малой капли может обновляется до 60...70 % ее поверхности, что существенно влияет на интенсивность процессов массообмена. Значительно подвижнее жидкость и внутри самой капли малых размеров. Существенно изменяется характер движения жидкости внутри малой капли по сравнению с каплей большого размера. В малой капле возникает несколько циркуляционных контуров. Причем в лобовой части капли контуры циркуляции жидкости значительно интенсивнее, чем в тыльной зоне капли. Формирование двух зон циркуляции жидкости внутри капли малого размера хорошо согласуется фактором изменения знака градиента давления при обтекании капли жидкости потоком газа.

Сравнение характера линии тока жидкости внутри капель разных размеров приведено на (рис.6).

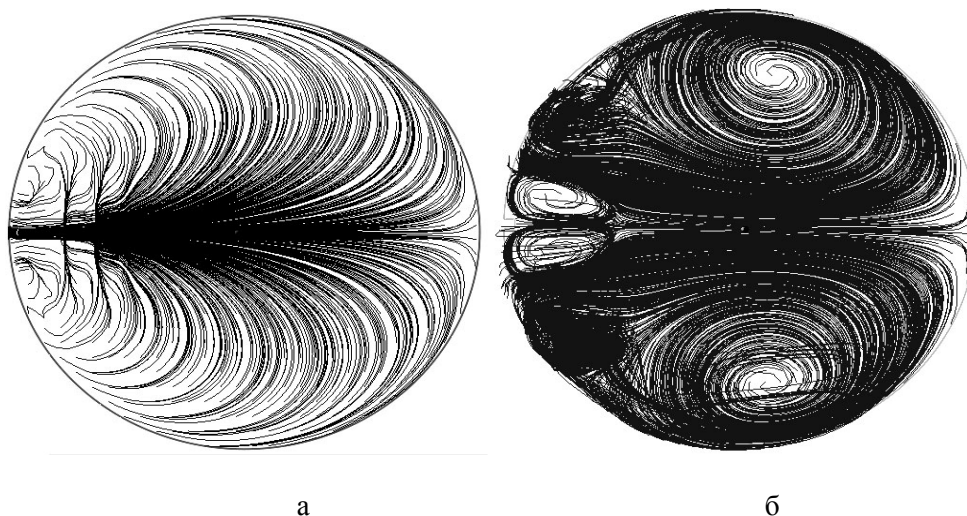


Рис.1. Линии тока жидкости внутри капли размером: а – 1,3 мм, разность скоростей капли и потока газа – 2 м/с, б – 0,063 мм, разность скоростей капли и потока газа – 14 м/с.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты математического моделирования движения жидкости в капле, омываемой потоком газа показывают:

- линии тока жидкости внутри капли не имеют симметричного профиля;
- при малых значениях разности скоростей движения капли и потока газа, омывающего каплю, изменение поверхности контакта фаз незначительное;
- с уменьшением размера капли средняя скорость жидкости на поверхности капли возрастает, т.е. идет более интенсивное обновление поверхности контакта фаз;
- с увеличением времени существования капли интенсивность перемешивания жидкости внутри капли возрастает.

На основании проведенного математического моделирования моделирования движения жидкости в капле, омываемой потоком газа, можно предположить, что для интенсификации процессов массообмена при абсорбционной очистке воздуха целесообразно минимизировать размер капель и обеспечить разность скоростей движения капель и потока газа более 10 м/с.

С целью формирования математических моделей процессов массообмена в газожидкостных системах целесообразно продолжение выполненных исследований с целью получения регрессионных зависимостей, описывающих изменение поверхности контакта фаз при обтекании капли жидкости потоком газа.



Список литературы

1. Астарита Д.Ж. Массопередача с химической реакцией/ Д.Ж. Астарита; [Пер. с англ. под ред. Л. А.Серафимова]. - Л.: Химия, 1971. - 224 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 6-е изд., перераб./ Л.Г. Лойцянский – М.: Наука, 1967.-840 с.
3. Дейч М.Е. Техническая газодинамика. 3-е изд., перераб/ М.Е. Дейч – М.: Энергия, 1974. – 592 с.
4. Лаврентьев М.А. Проблемы гидродинамики и их математическое моделирование/ М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат – М.: Наука, 1973. – 416 с.
5. Броунштейн Б.И. Гидродинамика, массо- и теплообмен в дисперсных системах/ Б.И. Броунштейн, Г.А. Фишбейн - Л.: Химия., 1977. – 520 с.
6. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса.; [Пер. с англ. под ред. Ю. А. Буевича]. – М.: Мир, 1965. – 630 с.
7. Хайкин С.Э. Общий курс физики. Т.1. Механика. 2-е изд., перераб./ С.Э. Хайкин – М.: ГИТТЛ, 1947. – 575 с.
8. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. В 2-х т.: Т.2.; [Пер. с англ. под ред. В. П.Шидловского]. – М.: Мир, 1991. – 552 с.
9. Пажи Д.Г. Основы техники распыления жидкостей./ Д.Г. Пажи, В.С. Галустов – М.: Химия, 1984. – 256 с.
10. Волик А.С. Повышение эффективности роторных увлажнителей воздуха судовых систем кондиционирования. Диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук. – Николаев, 1985. – 195 с.
11. Соколов В.Н. Газожидкостные реакторы/ В.Н. Соколов, И.В. Доманский – Л.: Машиностроение, 1976. – 216 с.
12. Бутенко А.Г. Обтекание сферы свободной струей идеальной капельной жидкости./ А.Г. Бутенко // Труды Одесского политехнического университета. – 2003. - Вып. 2(20). – С.1-3.

**Лейбович Л.И. Математичне моделювання плинку рідини у середині краплі, що рухається в газовому потоці / Л.И. Лейбович, П.А. Пацурковський // Вчені записки Таврійського національного університету ім. В.І. Вернадського. Серія „Біологія, хімія”. – 2013. – Т. 26 (65), № 4. – С. 288-297.**

Виконано математичне моделювання руху рідини усередині краплі, омиваної потоком газу. Установлено, що профіль швидкостей рідини усередині краплі значно відрізняється від симетричного профілю. Для крапель із розмірами 1мм і більше при різниці швидкостей краплі й потоку газу менш 2 м/с відновлення поверхні не спостерігається. Інтенсивне відновлення поверхні в краплі спостерігається при її розмірах менш 0,1 мм і різниці швидкостей краплі й потоку газу більше 10 м/с.

**Ключові слова:** газорідний потік, крапля, профіль швидкостей.

**MATHEMATICAL MODELING OF FULL FLOW INSIDE THE DROPLETS MOVING IN THE GAS STREAM**

*Leybovych L.I., Patsurkovskiy P.A.*

*National University of Shipbuilding, Nikolaev, Ukraine  
E-mail: recycle@mksat.net*

The surface of phases contact is the most important parameter in the air purification process by absorption. Intensification of gases purifying processes from harmful substances by absorption methods is associated with the necessity to increase the interfacial surface.

Liquid absorbent spraying devices are widely used in industry. Droplets velocity is higher than the velocity of the gas flow. The difference in velocities between liquid droplets and gas stream leads to the dynamic influence of the gas flow at the interfacial surface. The fluid motion inside the drop appears.

The classical theory of interaction between gas stream and interfacial surface involves the formation of fluid circulation inside the droplet with a symmetric velocity profile. However, the data of the flow around the cylinder by the gas stream shows that the pressure gradient of the gas stream in the laminar layer at the surface of the cylinder changes its sign, which casts doubt on the symmetry of the velocity profile inside the droplet.

Mathematical modeling of fluid flow inside the droplet moving in the gas stream was performed. The results of modeling showed that the fluid velocity profile inside the droplet is differ from the symmetrical profile. It was identified the absence of surface renewal for droplet size more than 1 mm and the velocity difference between drops and gas flow less than 2 m/s.

The intensive renewal of the surface of phases contact is observed at the droplets with the size less than 0.1 mm and the velocity difference between drops and gas flow more than 10 m/s.

### References

1. Astarita D.Zh. Massoperedacha s himicheskoy reakciej/ D.Zh. Astarita; [Per. s angl. pod red. L.A. Serafimova]. - L.: Himija, 1971. - 224 s.
2. Lojczanskij L.G. Mehanika zhidkosti i gaza. 6-e izd., pererab./ L.G. Lojczanskij – M.: Nauka, 1967. - 840 s.
3. Dejch M.E. Tehnicheskaja gazodinamika. 3-e izd., pererab/ M.E. Dejch – M.: Jenergija, 1974. – 592 s.
4. Lavrent'ev M.A. Problemy gidrodinamiki i ih matematicheskoe modelirovanie/ M.A. Lavrent'ev, B.V. Shabat – M.: Nauka, 1973. – 416 s.
5. Brounshtejn B.I. Gidrodinamika, masso- i teploobmen v dispersnyh sistemah/ B.I. Brounshtejn, G.A. Fishbejn - L.: Himija., 1977. – 520 s.
6. Happel' Dzh., Brenner G. Gidrodinamika pri malyh chislah Rejnol'dsa.; [Per. s angl. pod red. Ju.A. Buevicha]. – M.: Mir, 1965. – 630 s.
7. Hajkin S.Je. Obshhij kurs fiziki. T.1. Mehanika. 2-e izd., pererab./ S.Je. Hajkin – M.: GITTL, 1947. – 575 s.
8. Fletcher K. Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkостей. V 2-h t.: T.2.; [Per. s angl. pod red. V. P. Shidlovskogo]. – M.: Mir, 1991. – 552 s.
9. Pazhi D.G. Osnovy tehniki raspylenija zhidkостей./ D.G. Pazhi, V.S. Galustov – M.: Himija, 1984. – 256 s.
10. Volik A.S. Povyshenie jeffektivnosti rotornyh uvlazhnitelej vozduha sudovyh sistem kondicionirovanija. Dissertacija na soiskanie uchenoj stepeni kand. tehn. nauk. – Nikolaev, 1985. – 195 s.
11. Sokolov V.N. Gazozhidkostnye reaktory/ V.N. Sokolov, I.V. Domanskij – L.: Mashinostroenie, 1976. – 216 s.
12. Butenko A.G. Obtekanie sfery svobodnoj struej ideal'noj kapel'noj zhidkosti./ A.G. Butenko // Trudy Odesskogo politehnicheskogo universiteta. – 2003. - Vyp. 2(20). – S.1-3.

*Поступила в редакцию 19.11.2013 г*